

В.М. Миклюков

Введение в негладкий анализ

Издание третье, переработанное

Волгоград 2011

ББК 22.161.558
М59

Данная работа является объектом авторского права и находится под охраной Закона РФ 'Об авторском праве и смежных правах'. Использование данной работы или любой ее части без ссылок на авторов запрещается. Нарушители авторских прав авторов настоящей работы могут быть подвергнуты административному или уголовному преследованию в порядке

ст. 7.12 КоАП РФ (Нарушение авторских и смежных прав) или ст. 146 УК РФ (Нарушение авторских и смежных прав).

Рецензенты:

канд. физ.-мат. наук Е.Г. Григорьева
доктор физ.-мат. наук А.А. Клячин

Миклюков В.М.

М59 Введение в негладкий анализ. Издание третье, переработанное. 2011. — 480 стр.

ISBN 5-9669-0209-7

Монография посвящена введению в негладкий анализ. Приводятся основные сведения о кусочно-гладких⁺, липшицевых и ACL^p -функциях и их использовании в анализе. В частности, обсуждается теорема об обратном отображении, приводится формула Кронрода – Федерера интегрирования по множествам уровня, обобщенная интегральная формула Гаусса – Грина. Доказывается теорема Каратеодори – Суворова о связи между сходимостью к ядру последовательности областей и сходимостью соответствующей последовательности отображений. Исследуется проблема продолжения функций с ограничениями на градиент, проблема триангуляции локально липшицевой поверхности, строение графиков решений нелинейных уравнений эллиптического типа в окрестности особенностей и др.

Для студентов, аспирантов, инженеров и всех читателей, заинтересованных в работе с негладкими функциями.

ББК 22.161.558

ISBN 5-9669-0209-7

© UCHIMSYA, LLC 2011

Светлой памяти моих учителей:

Георгия Дмитриевича Суворова ,

Евстолии Николаевны Аравийской ,

Алексея Ивановича Бородина ,

Ивана Ильича Данилюка ,

Ярослава Борисовича Лопатинского

Друзьям и коллегам по ТГУ, ДонГУ и ИПММ НАН Украины .

Предисловие

Монография посвящена введению в негладкий анализ. Первоначально планировалось оформить ее в виде подборки текстов для использования в спецкурсе, посвященном некоторым вопросам сверхмедленных процессов¹. Однако по мере подготовки материала становилось ясно, что имеет смысл расширить задачу. Пришло понимание, что негладкие функции — самодостаточный объект, заслуживающий отдельного специального разговора.

Ниже приводятся основные сведения о негладких функциях и их применении в различных вопросах анализа. В первую очередь, мы акцентируем внимание на кусочно-гладких функциях и функциях класса Липшица, рассматривая теорию таких функций как вводный раздел негладкого анализа и как начальную ступень в его освоении.

В частности, приводится формула Кронрода – Федерера интегрирования по множествам уровня липшицевых функций, обобщенная интегральная формула Гаусса – Остроградского. Обсуждаются теорема об обратном отображении и негладкая версия теоремы о неявной функции.

¹См.: Записки семинара "Сверхмедленные процессы"/ под ред. В.М. Миклюкова. - Волгоград: Изд-во ВолГУ. - Вып. 1. 2006; вып. 2. 2007,

Исследуется проблема продолжения функций с ограничениями на градиент, проблема триангуляции локально липшицевой поверхности.

При течениях жидкости или газа в канале зачастую возникают зоны стагнации — области, в которых потоки почти неподвижны. Иногда подобные зоны имеют значительные размеры. Так, если отношение длины прямоугольного канала к его ширине велико, то потенциальная функция идеального несжимаемого потока почти постоянна (и сам поток почти не меняется) на участках большой протяженности. Подобная ситуация возникает, к примеру, при стационарных течениях жидкости в длинных трубопроводах, микро- или наноканалах. В монографии приводятся некоторые оценки размеров зон стагнации решений в длинных и узких криволинейных полосах на локально липшицевых поверхностях.

Изучается асимптотическое поведение локально липшицевых решений нелинейных уравнений эллиптического типа, строение графиков решений уравнений Лапласа – Бельтрами на многообразиях специального вида и др. Основная цель — дать представление читателю о наиболее распространенных приемах работы с обобщенными решениями.

Во втором и третьем изданиях расширена глава, посвященная функциям с обобщенными производными: добавлены разделы о граничных свойствах функций и отображений класса ACL^p ; добавлены главы, одна из которых описывает некоторые эффективные методы проверки взаимной однозначности кусочно-гладких отображений, другая — основы теории ACL^n -гомеоморфизмов. Исследования в этих направлениях были весьма продвинуты еще более 30 лет назад, однако лишь в настоящее время они начинают использоваться в приложениях, в частности в вопросах триангуляции криволинейных областей, построении сеток на поверхностях и др. Мы сочли целесообразным включить в книгу важнейшие из имеющихся здесь результатов.

Более подробно с содержанием книги можно ознакомиться по оглавлению.

Мы исходим здесь из желания дать представление читателю обо всех из числа наиболее важных, приложениях теории негладких функций, оставаясь при этом понятными не только профессиональным математикам, но и широкому кругу инженеров. Поэтому при определении, к примеру, обобщенного решения уравнения с частными производными мы отходим от традиционного использования в этом вопросе функций с обобщенными производными. Мы рассматриваем локально липшицевы обобщенные решения, ибо в определенной степени липшицевы функции проще и понятнее.

Вместе с тем рассматриваемые в монографии классы уравнений включают уравнения с сильными нелинейностями, такие, как уравнение минимальной

поверхности, уравнения газовой динамики и др. В данном случае определение обобщенного решения, базирующееся на локально липшицевых функциях, является, на наш взгляд, вполне уместным. В других случаях заинтересованный читатель может расширить указанный класс обобщенных решений самостоятельно.

Автор будет рад, если книга окажется полезной читателю.

Владимир Михайлович Миклюков

Волгоград 400062

РОССИЯ

E-mail: miklyuk@mail.ru

Оглавление

1	Инструментарий	12
1.1	Покрытия в \mathbb{R}^n	12
1.1.1	Покрытия шарами	12
1.1.2	Теоремы Безиковича и Витали	17
1.1.3	Размерность по Минковскому	18
1.2	Мера и размерность по Хаусдорфу	18
1.2.1	Определение	19
1.2.2	Логарифмическая мера	19
1.2.3	α -Мера Хаусдорфа	20
1.2.4	Фракталы	21
1.3	Измеримые множества и функции	21
1.3.1	Измеримые множества	21
1.3.2	Счетно-аддитивные функции множеств	22
1.3.3	Измеримые функции	25
1.3.4	Теоремы Егорова и Лузина	26
1.3.5	Полунепрерывность и измеримость	27
1.3.6	Категория, точки плотности	28
1.4	N -свойство Лузина	29
1.4.1	Условия Гельдера и Липшица	29
1.4.2	N -свойство	30
1.5	Повторное интегрирование	31
1.5.1	Теорема Фубини	31
1.5.2	Теорема Тонелли	33
1.6	Спряжляемость и периметр	33
1.6.1	Спряжляемые множества	33
1.6.2	Вполне t -неспряжляемые множества	35
1.6.3	Периметр и аппроксимативная нормаль	35

2	Кусочно-гладкие отображения	37
2.1	Некоторые общие топологические факты	37
2.1.1	Теоремы Кудрявцева	37
2.1.2	Обобщения	39
2.1.3	Теорема Чернавского	40
2.2	Кусочно-гладкие ⁺ отображения	43
2.2.1	Определения	43
2.2.2	Геометрический смысл $J(a, f^\pm)$	45
2.2.3	Условие локальной гомеоморфности	46
2.2.4	Проверка глобальной гомеоморфности	47
2.2.5	Сопутствующие результаты	49
3	Липшицевы функции и отображения	51
3.1	Искажение меры и размерности	51
3.2	Дифференциал	52
3.3	Теорема Степанова	52
3.4	Производная Кларка	57
3.4.1	Норма и ко-норма матрицы	57
3.4.2	Понятие производной Кларка	59
3.4.3	Теорема о среднем	63
3.5	Формула Кронрода – Федерера	65
3.5.1	Матрица Якоби $(f'(a))$	65
3.5.2	Замена переменных	66
3.6	Обобщенная формула Гаусса – Остроградского	72
3.6.1	Формула Крофтона	72
3.6.2	Формула Гаусса – Остроградского для липшицевых функций	73
3.7	Теоремы Уитни и Кирсбрауна	74
3.7.1	C^1 -Продолжение	74
3.7.2	Теорема об аппроксимации	75
3.7.3	Lip-Продолжение	76
3.8	Продолжение при ограничениях на градиент	77
3.8.1	Вариационная проблема	77
3.8.2	Задача о продолжении	78
3.8.3	Функции в псевдометрических пространствах	79
3.8.4	Финслерова метрика	89
3.8.5	Сравнение границы $\partial\Omega_\rho$ с евклидовой	98
3.8.6	Условие p -равномерности области	105
3.9	Теорема об обратной функции	109
3.9.1	Обратное отображение	109

3.9.2	Теорема об открытом отображении	113
3.9.3	Локально липшицевы отображения	114
3.9.4	Теоремы Адамара и Ефимова	115
3.10	Искажение при билипшицевых отображениях	123
3.10.1	К постановке проблемы	123
3.10.2	Дилатация	124
3.10.3	Изотермические координаты	125
3.10.4	Квазиизометрия	126
3.10.5	Условие квазиизометричности	128
3.10.6	Дисторсия и квазивыпуклость	131
3.10.7	Дисторсия треугольников	134
3.10.8	Условие сохранения ориентации	137
3.11	Неявные функции	138
3.11.1	Теорема о неявной функции	138
3.11.2	Доказательство теоремы 3.11.1	140
3.11.3	Кусочно-гладкая ⁺ версия теоремы	145
3.11.4	Доказательство теоремы 3.11.2	145
3.11.5	Два примера к теореме 3.11.2	147
3.12	Критические точки и критические значения	148
3.12.1	Контингенция и ее свойства	149
3.12.2	Теорема Морса – Сарда	151
3.12.3	Негладкие отображения	155
4	Функции с обобщенными производными	157
4.1	Функции класса ACL^p	157
4.1.1	Обобщенные производные	157
4.1.2	Уточненные функции	159
4.1.3	Аппроксимация	160
4.1.4	Цепное правило	162
4.2	Замечания о функциях класса ACL^Φ	163
4.3	Скорость стабилизации вблизи границы	166
4.3.1	p -Емкость	166
4.3.2	Допустимая скорость стабилизации	167
4.3.3	Доказательство теоремы 4.3.1	168
4.4	Весовые классы С.Л. Соболева	175
4.5	Модуль семейства кривых	175
4.5.1	Весовые модули	175
4.5.2	Эквивалентное определение	176
4.5.3	Свойства модуля	177
4.5.4	Принцип симметрии	180

4.6	Принцип длины и площади	182
4.6.1	Модульная версия принципа	182
4.6.2	Оценка колебания на сфере	188
4.6.3	Монотонные функции	191
4.6.4	Принцип длины и площади на поверхности	194
4.6.5	Основная теорема	197
4.7	Признаки вложения в L^q и C^α	199
4.7.1	Ключевая лемма	199
4.7.2	Вложение в $L^q(D)$	200
4.7.3	Вложение в $C^\alpha(D)$	201
4.8	Оценка модуля $\text{mod}_{1,p,\sigma}\Gamma(A, B)$	202
4.9	Волчки	205
4.10	Признаки существования полного дифференциала	209
4.10.1	Полный дифференциал	209
4.10.2	Слабо монотонные функции	210
4.10.3	Классы ACL_σ^p	211
4.10.4	Весовой модуль	213
4.10.5	Специальная версия принципа 'длины и площади'	214
4.10.6	(p, λ) -Условие	219
4.11	Граничные свойства монотонных отображений	221
4.11.1	Множество \overline{B}_0	221
4.11.2	Предельные множества вдоль конусов	223
4.11.3	Условие существования углового граничного значения	226
4.11.4	Емкостная характеристика множества S_V	227
4.11.5	Плоский случай	230
5	ACL^n-гомеоморфизмы	232
5.1	Поверхности	233
5.2	Относительное расстояние Γ	235
5.3	Граничные элементы и простые концы области	238
5.3.1	Граничные элементы	238
5.3.2	Простые концы	239
5.3.3	Области с компактным пополнением	240
5.4	Оценка искажения относительного расстояния Γ	241
5.5	Примеры несуществования ACL^n -гомеоморфизмов	245
5.5.1	Области с некомпактным пополнением	245
5.5.2	Области с недостижимыми простыми концами	246
5.5.3	Классификация простых концов	249
5.5.4	Области с простыми концами пятого типа	250

5.6	Семейства ACL^n -гомеоморфизмов	254
5.6.1	Характеристики квазиконформности	254
5.6.2	Классы отображений	258
5.6.3	Относительное расстояние II	260
5.6.4	Двусторонняя оценка относительного расстояния II	263
5.6.5	Следствия: искажение евклидова расстояния	276
5.7	Теорема Каратеодори – Суворова о сходимости к ядру	279
5.7.1	Сходимость к ядру последовательности областей	279
5.7.2	Равностепенная непрерывность и равностепенная открытость	281
5.7.3	Теорема Каратеодори – Суворова	282
5.7.4	Другая нормировка	286
5.8	Теорема Овчинникова	288
5.8.1	Оценка снизу интеграла Дирихле	288
5.8.2	Два примера невозможности отображения	292
6	Обобщенные решения	294
6.1	Классы нелинейных уравнений	294
6.1.1	Решения и субрешения	294
6.1.2	p -Гармонические функции	296
6.1.3	Уравнение минимальной поверхности	303
6.1.4	Уравнение газовой динамики	305
6.2	Принцип максимума для разности решений	306
6.2.1	Формулировки основных результатов	306
6.2.2	Доказательство теоремы 6.2.1	308
6.3	Теорема о трех сферах для p -гармонических функций	314
6.3.1	Теорема Адамара	314
6.3.2	Основные результаты	315
6.3.3	Доказательство теоремы 6.3.2	316
6.3.4	Доказательства следствий	324
7	Альтернативное определение обобщенного решения	326
7.1	Идеальные потоки в узких и длинных полосах	326
7.1.1	Зоны стагнации	326
7.1.2	Размеры зон стагнации	327
7.1.3	Уравнение Лапласа-Бельтрами	330
7.1.4	Примеры метрик	332
7.1.5	Оценки колебания	336
7.1.6	Энергетические оценки	341
7.1.7	Доказательства теорем 7.1.1 и 7.1.2	350

7.2	Абсолютно непрозрачная граница	352
7.2.1	Зоны стагнации вблизи непрозрачной границы	353
7.2.2	Подготовительные результаты	356
7.2.3	Доказательство теоремы 7.2.1	367
7.2.4	Случай евклидовой метрики	369
7.3	Зоны стагнации в канонических областях	374
7.3.1	Постановка задачи	374
7.3.2	Канонические области	375
7.3.3	Частота	376
7.3.4	Принцип Сен-Венана I	376
7.3.5	Принцип Сен-Венана II	379
7.3.6	Зоны стагнации	383
7.3.7	Другие применения	388
7.4	Условие нетривиальности решений в зонах стагнации	396
7.4.1	Постановка задачи	397
7.4.2	Класс уравнений	397
7.4.3	F -Емкость	399
7.4.4	Основная теорема	400
7.4.5	Следствия	405
7.5	Зоны стагнации решений параболических уравнений	408
7.5.1	Уравнения	408
7.5.2	Обобщенные решения	409
7.5.3	Основные результаты	409
7.5.4	Оценки $\eta_{p,E}(D)$	412
8	Решения на сферических конусах	414
8.1	n -Гармонические функции	414
8.1.1	Основные результаты	414
8.1.2	Липшицевы решения на многообразии	417
8.2	Свойства решений	425
8.2.1	Поведение вблизи сингулярной точки	425
8.2.2	Теорема типа теоремы Лиувилля	428
8.2.3	Метод Карлемана	433
8.2.4	Неравенство Аримы	441
8.3	Доказательство теоремы Вимана	442
8.4	Доказательство теоремы Аримы	443
	Список литературы	390
	Именной указатель	411
	Предметный указатель	417

Список литературы

- [Avh96] Ф.Г. Авхадиев, Конформные отображения и граничные проблемы, Математические монографии, No. 2, Казанский фонд "Математика", 1996.
- [Aza07] Б.Н. Азаренок, О построении подвижных адаптивных пространственных сеток, М.: ВЦ РАН, 2007, 51 стр.
- [Ale94] В.А. Александров, К теореме Ефимова о дифференциальных признаках гомеоморфизма, Матем. сб., т. 181, п. 2, 1990, 183-188.
- [IA176] И.А. Александров, Конформные отображения односвязных и многосвязных областей, Томск: изд-во Томск. ун-та, 1976, 156 стр.
- [A47] П.С. Александров, Комбинаторная топология, М.-Л., 1947.
- [A77] П.С. Александров, Введение в теорию множеств и общую топологию, М.: Наука, 1977, 368 стр.
- [Ahl66] Л. Альфорс, Лекции по квазиконформным отображениям, М.: Мир, 1969.
- [BVK] И.Я. Бакельман, А.Л. Вернер, Б.Е. Кантор, Введение в дифференциальную геометрию "в целом", М.: Наука, 1973, 440 стр.
- [BBZ08] А.К. Бахтин, Г.П. Бахтина, Ю.Б. Зелинский, Тополого - алгебраические структуры и геометрические методы в комплексном анализе, Труды Института математики НАН Украины, 2008, 308 стр.
- [BB65] Э. Беккенбах, Р. Беллман, Неравенства, М.: Мир, Москва, 1965, 276 стр.
- [Bel74] П.П. Белинский, Общие свойства квазиконформных отображений, Изд-во Наука, Сибирское отделение, Новосибирск, 1974, .

- [BII] Н.А. Бобылев, С.А. Иваненко С.А., И.Г. Исмаилов, Несколько замечаний о гомеоморфных отображениях, Математические заметки, т. 60, вып. 4, 1996, 593-596.
- [BIK] Н.А. Бобылев, С.А. Иваненко, А.В. Казунин, О кусочно-гладких гомеоморфных отображениях ограниченных областей и их приложениях к теории сеток, ЖВММФ, т. 43, п. 6, 2003, 808-817.
- [Bra92] Ф. Бродель, Время мира, Материальная цивилизация, экономика и капитализм. XV - XVII вв., т. 3, М.: Прогресс, 1992, 680 стр.
- [BZ80] Ю.Д. Бураго, В.А. Залгаллер, Геометрические неравенства, Ленинград: Наука, 1980, 288 стр.
- [Vek59] И.Н. Векуа, Обобщенные аналитические функции, госуд. изд-во Физ.-мат. лит., М., 1959, 628 стр.
- [Vod08] С.К. Водопьянов, О регулярности отображений, обратных к соболевским, Докл. АН России, т. 422, п. 4, 2008 (в печ.)
- [Vol54] Л.И. Волковыский, Квазиконформные отображения, изд-во Львовского ун-та, 1954, 156 стр.
- [Gan67] Ф.Р. Гантмахер, Теория матриц, М.: Наука, 1967, 576 стр.
- [Gei70] С.П. Гейсберг, О свойствах нормального отображения, порождаемого уравнением $rt - s^2 = -f^2(x, y)$, Матем. сб., т. 82 (124), 1970, 224-232.
- [GO67] Б. Гелбаум, Дж. Олмстед, Контрпримеры в анализе, М.: Мир, 1967, 251 стр.
- [GP67] С.К. Годунов, Г.П. Прокопов, О расчетах конформных отображений и построении разностных сеток, Журн. вычисл. матем. и матем. физ., т. 7, п. 5, 1967, 1031 – 1059.
- [GRC90] С.К. Годунов, Е.И. Роменский, Г.А. Чумаков, Построение разностных сеток в сложных областях с помощью квазиконформных отображений, Вычислительные проблемы в задачах математической физики, Тр. АН СССР. Сиб. отделение. Ин-т математики, т. 18, Новосибирск: Наука, 1990, 75-84.
- [GR89] В.М. Гольдштейн, Ю.Г. Решетняк, Введение в теорию функций с обобщенными производными и квазиконформные отображения. М.: Наука, 1983, 285 стр.

- [Gor92] В.М. Гордиенко, О четырехугольниках на поверхностях постоянной кривизны, Вычислительные проблемы в задачах математической физики, Тр. АН СССР. Сиб. отделение. Ин-т математики, т. 22, Новосибирск: Наука, 1992, 124-133.
- [Guz78] М. Гусман, Дифференцирование интегралов в \mathbb{R}^n , М.: Мир, 1978.
- [Dol67] Е.П. Долженко, Граничные свойства произвольных функций, Изв. АН СССР, сер. матем., т. 31, 1967, 3-14.
- [Dub53] А.Я. Дубовицкий, О дифференцируемых отображениях n -мерного куба в k -мерный куб, Матем. сб., т. 32, 1953, 443-464.
- [Efim68] Н.В. Ефимов, Дифференциальные признаки гомеоморфности некоторых отображений с применением в теории поверхностей, Матем. сб., т. 76, 1968, 499-512.
- [Zhuk66] В.А. Жуков, Об одном доказательстве теоремы о существовании полного дифференциала функций класса W_p^1 , Тр. Томск. ун-та, Сер. мех.-мат., 1966, т. 189, 13-17.
- [ZM68] В.А. Жуков, В.М. Миклюков, Об угловых граничных значениях пространственных отображений, Тр. Томск. ун-та, Сер. мех.-мат., 1968, т. 200, 88-95.
- [Zhur04] И.В. Журавлев, К теореме об обратной функции для отображений с обобщенными производными, Междунар. шк. - конф. по геом. и анал., Новосибирск, ИМ СО РАН, 2004, 103-104.
- [ZI02] И.В. Журавлев, А.Ю. Игумнов, О неявных функциях, Труды каф. матем. анал. и теор. функц., изд-во Волгогр. гос. ун-та, Волгоград, 2002, 41-46.
- [Zap06] Записки семинара "Сверхмедленные процессы", вып. 1, под редакц. проф. В.М. Миклюкова, Волгоград: изд-во ВолГУ, 2006, 184 стр.
- [Zap07] Записки семинара "Сверхмедленные процессы", вып. 2, под редакц. проф. В.М. Миклюкова, Волгоград: изд-во ВолГУ, 2007, 172 стр.
- [Zel73] Ю.Б. Зелинский, О непрерывных отображениях областей обобщенных многообразий, Метрические вопросы теории функций и отображений, вып. IV, изд-во "Наукова думка", Киев, 1973, 79-91.

- [Zor67] В.А. Зорич, Об угловых граничных значениях квазиконформных отображений шара, Докл. АН СССР, т. 177, п. 4, 1967, 771-773.
- [Iva03] С.А. Иваненко, Вариационные методы построения сеток, Ж. вычисл. матем. и матем. физ., т. 43, п. 6, 2003, 830–844.
- [Ivan75] Л.Д. Иванов, Вариации множеств и функций, М.: Наука, 1975, 352 стр.
- [Kan70] Б.Е. Кантор, К вопросу о нормальном образе полной поверхности отрицательной кривизны, Матем. сб., т. 82, 1970, 220-223.
- [Kar03] А.П. Кармазин, Квазиизометрии, теория предконцов и метрические структуры пространственных областей. Применения теории предконцов, Сургут: изд-во СурГУ, 2008, 297 стр.
- [Car67] А. Картан, Дифференциальное исчисление. Дифференциальные формы, - М.: Мир, 1967, 392 стр.
- [Cla88] Ф. Кларк, Оптимизация и негладкий анализ, М.: Наука, 1988.
- [KaM92] А.А. Клячин, В.М. Миклюков, Следы функций с пространственноподобными графиками и задача о продолжении при ограничениях на градиент, Матем. сб., т. 183, п. 7, 1992, 49-64.
- [KaM93] А.А. Клячин, В.М. Миклюков, Существование решений с особенностями уравнения максимальных поверхностей в пространстве Минковского, Математ. сб., т. 184, п. 9, 1993, 103-124.
- [KvM04] В.А. Клячин, В.М. Миклюков, Трубки и ленты в пространстве-времени, Юбилейная серия: Труды ученых ВолГУ, Изд-во ВолГУ, Волгоград, 2004, 325 стр.
- [CL66] Э. Коллингвуд, А. Ловатер, Теория предельных множеств, М.: Мир, 1971.
- [KM06] А.В. Кочетов, В.М. Миклюков, "Слабая" теорема типа Фрагмена — Линделефа для разности решений уравнения газовой динамики, Сиб. Журн. Индустриальной Математики, т. IX. п. 3. 2006. с. 90-101.
- [KPP63] М.А. Красносельский, А.И. Перов, А.И. Поволоцкий, П.П. Забрейко, Векторные поля на плоскости, М.: ГИФМЛ, 1963.

- [KR58] М.А. Красносельский, Я.Б. Рудицкий, Выпуклые функции и пространства Орлича, М.: ФМ, 1958, 272 стр.
- [Kre41] М.А. Крейнес, Sur une classe de fonctions de plusieurs variables, Матем. сб., v. 9 (51), 1941, 713-720.
- [Kru81] В.И. Кругликов, Конформно-инвариантные бикомпактные расширения последовательности областей, Докл. АН УССР, Сер. А, п. 11, 1981, 17-20.
- [Kru87] В.И. Кругликов, Структура носителя простого конца пространственной области, Докл. АН УССР, Сер. А, п. 3, 1987, 19-22.
- [KrM73] В.И. Кругликов, В.М. Миклюков, О некоторых классах плоских топологических отображений с обобщенными производными, в сб. "Метр. вопр. теор. функц. и отобр.", вып. IV, Киев: Наукова Думка, 1973, 102-122.
- [KR87] В.И. Кругликов, В.И. Пайков, Емкости и простые концы пространственной области, Докл. АН УССР, Сер. А, п. 5, 1987, 10-13.
- [Kud69] Л.Д. Кудрявцев, О вариации отображений областей, Метрические вопросы теории функций и отображений, вып. 1, изд-во "Наукова думка", Киев, 1969, 34-108.
- [Sou50] Р. Курант, Принцип Дирихле, конформные отображения и минимальные поверхности, М.: ИЛ, 1953, 311 стр.
- [CH33] Р. Курант, Д. Гильберт, Методы математической физики, т. I, Москва - Ленинград: ГТТИ, 1933, 525 стр.
- [Kuf69] Б.П. Куфарев, Метризация пространства всех простых концов областей семейства \mathcal{B} , Мат. заметки, т. 6, п. 5, 1969, 607-618.
- [KS63] Б.П. Куфарев, С.В. Соболева, Континуум как полное предельное множество сходящейся последовательности аналитических функций, Докл. АН ССР, т. 153, п. 5, 1963, 999-1000.
- [KS64] Б.П. Куфарев, С.В. Соболева, Об одном свойстве семейства однолистных функций, Тр. Томск. ун-та, Сер. мех.-мат., т. 175, п. 2, 5-7.
- [Lav35] М.А. Лаврентьев, Sur une classe de représentations continues, Матем. сб., v. 42, п. 2, 1935, 407-424.

- [Lav62] М.А. Лаврентьев, Вариационный метод в краевых задачах для систем уравнений эллиптического типа, М.: Изд-во АН СССР, 1962, 136 стр.
- [Lus51] Н.Н. Лузин, Интеграл и тригонометрический ряд, 2 изд., М.-Л., 1951.
- [Luf75] В.П. Луфференко, Гомеоморфные отображения класса $BL_k^{n/2}$ областей с фиксированными компонентами границы, в сб. "Метр. вопр. теории функций и отображений", вып. VI, Киев: Наукова Думка, 1975, 81-89.
- [Mar50] А.И. Маркушевич, Теория аналитических функций, М.-Л.: ГИТТЛ, 1950.
- [Mik66] В.М. Миклюков, О граничных свойствах одного класса отображений в пространстве, Тр. Томск. ун-та, Сер. мех.-мат., 1966, т. 189, 80-85.
- [Mik68] В.М. Миклюков, О некоторых классах отображений на плоскости, Докл. АН СССР, т. 183, п. 4, 1968, 1455-1457.
- [Mik70] В.М. Миклюков, Граничные свойства n -мерных квазиконформных отображений, Докл. АН СССР. т. 193. п. 3. 1970. с. 525-527.
- [Mik79] В.М. Миклюков, Об одном новом подходе к теореме Бернштейна и близким вопросам уравнений типа минимальной поверхности, Матем. сб. 1979, т. 108. п. 2, 268-289; см. также сборн. статей "Научные школы Волгоградского государственного ун-та. Геометрический анализ и его приложения", Волгоград, Изд-во ВолГУ, 1999, 22-51.
- [Mik81] В.М. Миклюков, Об асимптотических свойствах субрешений квазилинейных эллиптических уравнений и отображений с ограниченным искажением, Матем. сб., т. 111, п. 1, 1980, 42-66.
- [Mik02] В.М. Миклюков, Зоны стагнации решений уравнения Лапласа-Бельтрами в длинных полосах, Математические Труды, т. 5, п. 1, 2002, 84-101.
- [Mik03] В.М. Миклюков, s -Зоны гармонических функций на узких и длинных лентах, в сб. Математический и прикладной анализ, вып. 1, Тюменск. гос. ун-т, 2003, 89-118.

- [Mik05a] В.М. Миклюков, Конформное отображение нерегулярной поверхности и его применения, Волгоград, изд-во ВолГУ, 2005, 273 с.
- [Mik06a] В.М. Миклюков, Многомерные слабые решения вблизи непрозрачной границы, в сб. Записки семинара "Сверхмедленные процессы", Волгоград: изд-во ВолГУ, 2006, 58-73.
- [Mik06b] В.М. Миклюков, Введение в негладкий анализ, Волгоград: изд-во ВолГУ, 2006, 284 стр.
- [Mik06c] В.М. Миклюков, Об искажениях расстояния при отображениях, близких к квазиизометриям, в сб. "Численная геометрия, построение расчетных сеток и высокопроизводительные вычисления", Труды Всероссийской конференции, Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН, Москва, 4-7 июля 2006, под ред. Ю.Г. Евтушенко, М.К. Керимова и В.А. Гаранжи, М.: изд-во Фолиум, 43-45.
- [Mik07a] В.М. Миклюков, Зоны стагнации в сверхмедленных процессах, в сб. Записки семинара "Сверхмедленные процессы", Волгоград: изд-во ВолГУ, 2007, 143-156.
- [Mik07b] В.М. Миклюков, Геометрический анализ. Дифференциальные формы, почти-решения, почти квазиконформные отображения, Волгоград: Изд-во ВолГУ, 2007, 532 стр.
- [Mik07c] В.М. Миклюков, Зоны стагнации решений и почти решений эллиптических уравнений, Труды Математического центра имени Н.И. Лобачевского, т. 35, Казань, 2007, 174 - 181.
- [Mik07d] В.М. Миклюков, Эффективные методы проверки взаимной однозначности кусочно-гладкого отображения, в сб. Записки семинара "Сверхмедленные процессы", Волгоград: изд-во ВолГУ, 2007, 123-135.
- [Mik08a] В.М. Миклюков, О зонах стагнации в сверхмедленных процессах, Докл. Акад. Наук, т. 418, п. 3, 2008, 304-307.
- [Mik08b] В.М. Миклюков, Об одном признаке несуществования ACL^n -гомеоморфизмов поверхностей, Збірник праць Ін-ту математики НАН України, т. 6, п. 1, 2009, 115-125.
- [Mik08d] В.М. Миклюков, Кусочно-гладкая⁺ версия теоремы о неявных функциях, Укр. мат. журн., т. 60, п. 5, 2008, 644 – 650.

- [Mik08e] В.М. Миклюков, К принципу длины и площади на анизотропных поверхностях, Тез. докл. научн. конф., Узбекистан, Ургенч, Май 2008.
- [Mik08f] В.М. Миклюков, О некоторых модификациях принципа длины и площади на абстрактных поверхностях, (готовится к печати).
- [Mor51] М. Морс, Топологические методы теории функций комплексного переменного, М.: ИЛ, 1951.
- [MB55] А.Д. Мышкис и А.Я. Бунт, Об одном достаточном условии гомеоморфизма непрерывно дифференцируемого отображения, Успехи матем. наук, т. 10, п. 1, 1955, 139-142.
- [Nas92] С.Р. Насыров, Сходимость к ядру римановых поверхностей и их универсальных накрытий, Труды семинара по краевым задачам, Казань: изд-во КГУ, вып. 27, 1992, 82-95.
- [Nas94] С.Р. Насыров, Метрическое пространство римановых поверхностей над сферой, Матем. сб., т. 185, п. 7, 1994, 87-108.
- [Nik69] С.М. Никольский, Приближение функций многих переменных и теоремы вложения, М.: Наукаб 1969.
- [Ovch65] И.С. Овчинников, Метрические свойства отображений класса $BL^{3/2}$, Тр. Томск. ун-та, сер. мех.-мат., в. 182, 1965, 32-45.
- [Ovch69] И.С. Овчинников, Об одном аналоге теоремы Линделефа для пространственных отображений, в сб. "Метрические вопросы теории функций и отображений", вып. I, Киев: изд-во "Наукова Думка", 1969, 184-201.
- [Ovch72] И.С. Овчинников, Оценка снизу интеграла Дирихле при отображениях шара на область, Сиб. матем. ж., т. XIII, п. 1, 1972, 142 – 152.
- [Ovch74] И.С. Овчинников, Об относительных расстояниях в областях абстрактных пространств, Метр. вопр. теории функций и отобр., вып. V, Киев: Наукова думка, 1974, 53 – 109.
- [OS65] И.С. Овчинников, Г.Д. Суворов, Преобразования интеграла Дирихле и пространственные отображения, Сиб. матем. ж., т. 6, п. 6, 1965, 1292 – 1314.

- [Ol84] О.А. Олейник, Некоторые математические проблемы теории упругости, *Соврем. пробл. матем. физики и вычисл. матем.*, М.: Наука, 1984, 144-160.
- [OR74] О.А. Олейник, Е.В. Радкевич, Аналитичность и теоремы типа Лиувилля и Фрагмена-Линделефа для общих эллиптических систем уравнений, *Матем. сб.*, т. 95, п. 1, 1974, 130-145.
- [PS62] Г. Поля, Г. Сеге, Изопериметрические неравенства в математической физике, М.: ФМ, 1962.
- [Prokor06] Г.П. Прокопов, Выбор параметров при вариационном подходе к расчету регулярных сеток, М.: Препринт ИПМ им. Келдыша РАН, 2006, N14, 32 стр.
- [Pr07] М.Ф. Прохорова, Некоторые критерии гомеоморфности, *Труды XXXVIII Молодежной школы-конференции 'Алгебра и топология'*, Екатеринбург, УрО РАН, 2007, 65-69.
- [Re69] Ю.Г. Решетняк, О понятии емкости в теории функций, *Сиб. матем. ж.*, т. X, п. 5, 1969, 1109-1138.
- [Re82a] Ю.Г. Решетняк, Пространственные отображения с ограниченным искажением, Новосибирск: Наука, 1982, 286 стр.
- [Re82b] Ю.Г. Решетняк, Теоремы устойчивости в геометрии и анализе, Новосибирск: Наука, 1982, 230 стр.
- [Ros73] Р. Рокафеллар, Выпуклый анализ, М.: Мир, 1973, 472 стр.
- [Rund81] Х. Рунд, Дифференциальная геометрия финслеровых пространств. М.: Наука, 1981, 504 стр.
- [Ryaz98] В.И. Рязанов, О компактности и метризуемости ядерных пространств многообразий, *Укр. матем. ж.*, т. 50, п. 6, 1998, 830-837.
- [Sab00] И.Х. Сабитов, Двумерные многообразия с метриками вращения, *Матем. сб.*, т. 191, п. 10, 2000, 87-104.
- [Saks49] С. Сакс, Теория интеграла, М: ИЛ, 1949, 496 стр.
- [Skv02] А.В. Скворцов, Триангуляция Делоне и её применение, Томск: Изд-во Томск. ун-та, 2002, 128 стр.
- [SM06] А.В. Скворцов, И.С. Мирза, Алгоритмы построения и анализа триангуляции, Томск: Изд-во Томск. ун-та, 2006, 168 стр.

- [Соб50] С.Л. Соболев, Некоторые применения функционального анализа в математической физике, Л., 1950, 256 стр.
- [Stein73] И. Стейн, Сингулярные интегралы и дифференциальные свойства функций, М.: Мир, 1973, 344 стр.
- [Stern70] С. Стернберг, Лекции по дифференциальной геометрии, М.: Мир, 1970, 412 стр.
- [Suv65] Г.Д. Суворов, Семейства плоских топологических отображений, Новосибирск: изд-во СО АН СССР, 1965, 266 стр.
- [Suv85] Г.Д. Суворов, Обобщенный принцип "длины и площади" в теории отображений, Киев: изд-во "Наукова Думка", 1985, 278 стр.
- [Suv86] Г.Д. Суворов, Простые концы и последовательности плоских отображений, Киев: изд-во "Наукова Думка", 1986, 190 стр.
- [Sych83] А.В. Сычев, Модули и пространственные квазиконформные отображения, Новосибирск: изд-во "Наука", 1983, 152 стр.
- [Tro69] Ю.Ю. Трохимчук, Об открытых нульмерных отображениях многообразий, Метрические вопросы теории функций и отображений, вып. 1, изд-во "Наукова думка", Киев, 1969, 209-221.
- [ТВ69] Ю.Ю. Трохимчук, А.В. Бондарь, О локальной степени нульмерного отображения, Метрические вопросы теории функций и отображений, вып. 1, изд-во "Наукова думка", Киев, 1969, 221-241.
- [Fet50] А.И. Фет, Об условиях Фомина для взаимной однозначности непрерывно дифференцируемого отображения, Успехи матем. наук, т. 5, п. 5, 1950, 163-164.
- [Fom49] А.М. Фомин, Об одном достаточном условии гомеоморфизма непрерывно дифференцируемого отображения, Успехи матем. наук, т. IV, п. 5, 1949, 198-199.
- [Halm53] П. Халмош, Теория меры, М.: ИЛ, 1953.
- [Haus37] Ф. Хаусдорф, Теория множеств, М.-Л.: Изд-во иностр. литер., 1937, 304 стр.
- [Che64] А.В. Чернавский, О конечнократных открытых отображениях многообразий, Матем. сб., т. 65, п. 3, 1964, 352-393.

- [Che65] А.В. Чернавский, Дополнение к статье "О конечнократных открытых отображениях многообразий", Матем. сб., т. 66, п. 3, 1965, 471-472.
- [EKG06] Численная геометрия, построение расчетных сеток и высокопроизводительные вычисления, Труды Всероссийской конференции, Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН. Москва. 4-7 июля 2006, Под ред. Ю.Г. Евтушенко, М.К. Керимова и В.А. Гаранжи, М.: изд-во "Фолиум", 257 стр.
- [Chum92] Г.А. Чумаков, Риманова метрика гармонической параметризации геодезических четырехугольников на поверхностях постоянной кривизны, Вычислительные проблемы в задачах математической физики, Тр. АН СССР. Сиб. отделение. Ин-т математики, т. 22, Новосибирск: Наука, 1992, 133-151.
- [Sch72] Л. Шварц, Анализ, - т. I, II, М.: Мир, 1972.
- [Ush07] Advances in Grid Generation, Editor: Olga V. Ushakova, Nova Science Publishers, Inc., New York, 2007, 382 pp.
- [AN01] G. Alessandrini and V. Nessi, Univalent σ -harmonic mappings, Arch. Ration. Mech. and Anal., v. 158, 2001, 155–171.
- [Alex91] V.A. Alexandrov, Remarks on Efimov's theorem about differential tests of homeomorphism, Rev. Roumaine Math. Pures Appl., v. 36, n. 3-4, 1991, 101-105.
- [AW96] N.R. Alurn and J. White, A coupled numerical technique for self-consistent analysis of micro-electro-mechanical systems, ASME Microelectromechanical Systems (MEMS), v. 59, 1996, 275-280.
- [A1952] K. Arima, On maximum modulus of integral functions, J. Math. Soc. Japan, v. 5, 1952, 62-66.
- [AIKM00] K. Astala, T. Iwaniec, P. Koskela and G. Martin, Mappings of BMO -bounded distortion, Math. Ann. v. 317, 2000, 703-726.
- [Bat93] S.M. Bates, Toward a precise smoothness hypothesis in Sard's theorem, Proc. Amer. Math. Soc., v. 117, v. 1, 1993, 279-283.
- [Beur40] A. Beurling, Ensembles exceptionnels, Acta Math., v. 72, 1940, 1-13.
- [BHS05] B. Bojarski, P. Hajlasz, P. Strzelecki, Sard's theorem for mappings in Hilder and Sobolev spaces, Manuscripta math., v. 118, 2005, 383-397.

- [Car12] C. Carathéodory, Untersuchungen über die konformen Abbildungen von festen und veränderlichen Gebieten, *Math. Ann.*, t. 72, 1912, 107-144.
- [Car13] C. Carathéodory, Über die Begrenzung einfach zusammenhängender Gebiete, *Math. Ann.*, t. 73, 1913, 323-370.
- [Carlem33] T. Carleman, Sur une inégalité différentielle dans la théorie des fonctions analytiques, *C. r. Acad. Sci. Paris*, v. 196, 1933, 995-997.
- [Carles52] L. Carleson, Sets of uniqueness for functions analytic in the unit disk, *Acta Math.*, v. 87, 1952, 325-345.
- [Cheeg99] J. Cheeger, Differentiability of Lipschitz functions on metric measure spaces, *Geom. funct. anal.*, v. 9, 1999, 428-517.
- [Clarke75] F.H. Clarke, Generalized gradients and applications, *Trans. of the Amer. Math. Soc.*, v. 205, 1975, 247-262.
- [Clarke76] F.H. Clarke, On the inverse function theorem, *Pac. J. Math.*, v. 64, n. 1, 1976, 97-102.
- [CK91] P. Collin, R. Krust, Le problème de Dirichlet pour l'équation des surfaces minimales sur des domaines non bornés, *Bull. Soc. Math. France*, v. 119, 1991, 443-458.
- [CP59] E.F. Collingwood, G. Piranian, The structure and distribution of prime ends, *Arch. Math.*, v. 10, n. 5, 1959, 379-386.
- [CP61] E.F. Collingwood, G. Piranian, Asymmetric prime ends, *Math. Ann.*, v. 144, n. 1, 1961, 59-63.
- [Cris81] M. Cristea, A note on global inversion theorems and applications to differential equations, *Nonlinear Analysis, Theory, Methods & Applications*, v. 5, n. 11, 1981, 1155-1161.
- [Cris92] M. Cristea, Local inversion theorems and implicit function theorems without assuming continuous differentiability, *Bull. Math. Soc. Sci. Roumaine*, v. 36, n. 3-4, 1992, 227-236.
- [Cris99a] M. Cristea, A topological generalization of the theorems of Gale-Nikaido and Mas Collet, in "Mathem. Analysis and Appl.", Hadronic Press, Palm Harbor, Florida, USA, edit. Th. M. Rassias, 1999, 65-74.
- [Cris99b] M. Cristea, Teoria topologică a funcțiilor analitice, (in Rumâinian). - Edit. Univer. din București, 1999.

- [CS88] J.H. Conway and N.J.A. Sloane, Sphere Packings, Lattices and Groups, Grundlehren der mathematischen Wissenschaften 290, A Series of Comprehensive Studies in Mathematics, Springer-Verlag, New York - Berlin - Heidelberg - London - Paris - Tokyo, 1988.
- [Giorgi55] E. De Giorgi, Nuovi teoremi relativi alle misure $(r - 1)$ -dimensionale in un spazio ad r dimensioni, Ricerche di Mat., v. 4, 1955, 95-113.
- [DT02] T.A. Driscoll, L.N. Trefethen, Schwarz-Christoffel Mapping, Cambridge Monographs on Applied and Computational Mathematics, Cambridge University Press, 2002.
- [EG92] L.C. Evans and R.F. Гариепу, Measure theory and fine properties of functions. Studies in advanced Mathematics, CRC Press, Boca Raton - New York - London - Tokyo, 1992; имеется русский перевод: Л.К. Эванс, Р.Ф. Гариепи, Теория меры и тонкие свойства функций, Новосибирск: Научная книга, 2002.
- [Far02] D. Faraco, Beltrami operators and microstructure, Academic dissertation, Depart. of Math., Faculty of Sci., University of Helsinki, Helsinki, 2002.
- [Fed47] H. Federer, The (ϕ, k) rectifiable subsets in n space, Trans. Amer. Math. Soc., v. 62, 1947, 114-192.
- [Fed58] H. Federer, A note on the Gauss-Green theorem, Proc. Amer. Math. Soc., v. 9, 1958, 447-451.
- [Fed69] H. Federer, Geometric measure theory, Die Grundlehren der math. Wiss. Vol. 153, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 1969, .
- [Fut01] T. Futamura, A boundary uniqueness property for weighted Sobolev functions, Hiroshima Math. J., v. 31, 2001, 439-449.
- [Fut04] T. Futamura, Lindelöf theorem for monotone Sobolev functions on uniform domains, Hiroshima Math. J., v. 34, 2004, 413-422.
- [FS08] T. Futamura, T. Shimomura, Lindelöf theorem for monotone Sobolev functions with variable exponent, Proc. Japan Acad., Ser. A Math. Sci., v. 84, n. 2, 2008, 25-28.
- [GN65] D. Gale, H. Nikaido, The Jacobian matrix and global univalence of mappings, Math. Ann., v. 159, 1965, 81-93.

- [Gai72] D. Gaier, Ermittlung des konformen Modulus von Vierecken mit Differenzenmethoden, *Numer. Math.*, 1972, v. 19, 179-194.
- [Gar05] V.A. Garanzha, Quasi – isometric surface parametrization, *Applied Numerical Mathematics*, v. 55, 2005, 295-311.
- [Gra82] S. Granlund, Three-Circles Theorem For Variational Integrals. Universität Bonn preprint no. 507, April 1982.
- [GLM85] S. Granlund, P. Lindqvist, and O. Martio, Phragmén–Lindelöf’s and Lindelöf’s theorem. – *Ark. Mat.* 23 (1985), 103–128.
- [GKM02] E.G. Grigoryeva, A.A. Klyachin, and V.M. Miklyukov, Problem of functional extension and spacelike surfaces in Minkowski space, *Journ. of Analysis and its Applications*, v. 21, n. 3, 2002, 719-752.
- [Gro99] M. Gromov, *Metric Structures for Riemannian and Non-Riemannian Spaces*, Boston-Basel-Berlin, Birkhäuser, 1999.
- [Ha896] J. Hadamard, Sur les fonctions entières, *C.R. Acad. Sci. Paris* 122, 1896, 1257–1258.
- [Had06] J. Hadamard, Sur les transformations ponctuelles, *Bull. Soc. Math. France*, v. 34, 1906, 71-84.
- [Haj00] P. Hajlasz, *Sobolev Mappings, Co-Area Formula and Related Topics*, Труды по анализу и геометрии, Новосибирск: изд-во Института математики, 2000, стр. 227 - 254.
- [Hei01] J. Heinonen, *Lectures on Analysis on Metric Spaces*, Universitext, Springer, New York - Berlin - Heidelberg, 2001.
- [HK99] J. Heinonen and P. Koskela, A note on Lipschitz functions, upper gradients, and the Poincaré inequality, *New Zealand Math. J.*, v. 28, 1999, 37-42.
- [HKM93] J. Heinonen, T. Kilpeläinen, and O. Martio, *Nonlinear potential theory of degenerate elliptic equations*, Clarendon Press, Oxford etc., 1993.
- [HK06] S. Hencl and P. Koskela, The regularity of the inverse of a planar Sobolev homeomorphism, *Arch. Ration. Mech. Anal.* v. 180, 2006, 75–95.
- [HKM06] S. Hencl, P. Koskela, J. Malý, Regularity of the inverse of a Sobolev homeomorphism in space, *Proc. Roy. Soc. Edinburgh Sect. A* 136, n. 6, 2006, 1267-1285.

- [HU80] J.-B. Hiriart-Urruty, Mean value theorems in nonsmooth analysis, Numer. Funct. Anal. Optim., v. 2, 1980, 1-30.
- [HJ86] R.A. Horn, C.R. Johnson, Matrix analysis, Cambridge University Press, Cambridge – London – New York – New Rochelle – Melbourne – Sydney, 1986.
- [Hwa88] J.F. Hwang, Comparison principles and theorems for prescribed mean curvature equation in unbounded domains, Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa, 1988, v. 15, 341-355.
- [Hwa96] J.F. Hwang, A uniqueness theorem for the minimal surface equation, Pacific J. Math., 1996, v. 176, 357-364.
- [Ivan04] S.A. Ivanenko, Selected chapters on grid generation and applications, Dorodnicyn computing centre of the Russian Academy of Sciences, Moscow, 2004.
- [IM01] T. Iwaniec, G. Martin, Geometric Function Theory and Nonlinear Analysis, Oxford Univ. Press, Oxford, 2001.
- [Jen56] J.A. Jenkins, On quasiconformal mappings, J. Rat. Mech. Anal., v. 5, 1956, 343-352.
- [Jen57] J.A. Jenkins, A new criterion for quasiconformal mappings, Ann. of Math., v. 65, 1957, 208-214.
- [Jen92] J.A. Jenkins, On a result of Beurling, Indiana Univ. Math. J., v. 41, 1992, 1077-1080.
- [Joh68] F. John, On quasi-isometric mappings, I, Comm. Pure Appl. Math., v. 21, 1968, 77-110.
- [Juu02] P. Juutinen, Absolutely minimizing Lipschitz extensions on a metric space, Ann. Acad. Sci. Fenn. Mathematica, v. 27, 2002, 57-67.
- [KF99] D. Khrustalev and A. Faghri, Coupled Liquid and Vapour Flow in Miniature Passages with Micro Grooves, J. of Heat Transfer, v. 121, 1999, 729-733.
- [Kir34] M.D. Kirszbraun, Über die zusammenziehenden und Lipschitzschen Transformationen, Fund. Math., v. 22, 1934, 77-108.
- [Kli78] W. Klingenberg, A course in differential geometry, Graduate Texts in Mathematics, Springer-Verlag, New York - Heidelberg - Berlin, 1978.

- [KKM04] V.A. Klyachin, A.V. Kochetov, V.M. Miklyukov, Some elementary inequalities in gas dynamics equation, Reports of the Department of Mathematics, University of Helsinki, Preprint **402**, 2004, 26pp.
- [KM72] T. Klotz-Milnor, Efimov's theorem about complete immersed surfaces of negative curvature, *Adv. Math.*, v. 8, n. 3, 1972, 474-542.
- [Koe18] P. Koebe, *Abhandlungen zur theorie der konformen Abbildung*, *Acta Math.*, v. 41, 1918, 305-344.
- [Kos95] P. Koskela, A radial uniqueness theorem for Sobolev functions, *Bull. London Math. Soc.*, v. 27, 1995, 460 – 466.
- [Kra83] S. Krantz, Lipschitz spaces, smoothness of functions, and approximation theory, *Expositiones Mathematicae*, v. 3, 1983, 193-260.
- [KP02] S.G. Krantz and H.R. Parks, *The implicit function theorem. History, Theory, and Applications*, Birkhäuser Boston, c/o Springer-Verlag, New York, 2002.
- [Lax57] P.D. Lax, A Phragmén-Lindelöf Theorem in Harmonic Analysis and Its Application to Some Questions in the Theory of Elliptic Equations, *Communications on Pure and Applied Mathematics*, v. X, 1957, 361-389.
- [LF55] J. Lelong–Ferrand, *Représentation conforme et transformations a intégrale de Dirichlet bornée*, Gauthier–Villars, Paris, 1955.
- [Levi06] B. Levi, Sul principio di Dirichlet, *Rend. Circ. Mat. di Palermo*, v. 22, 1906, 293–359.
- [LM05] A.V. Lygin, V.M. Miklyukov, Triangle Distortion Under Quasiisometries. *Advances in Grid Generation*, Olga V. Ushakova (Editor), Published by Nova Science Publishers, Inc.+ New York, 2007, 71-84.
- [Mal01] J. Malý, Lectures on change of variables in integral, Reports of the Depart. of Math., Preprint 306, Univ. of Helsinki, 2001, 1-18.
- [MZ97] J. Malý, W.P. Ziemer, Fine Regularity of Solutions of Elliptic Partial Differential Equations, *American Mathematical Society, Mathematical Surveys and Monographs*, v. 51, 1997, 291 pp.
- [Man77] B.B. Mandelbrot, *Fractals*, Freeman, San Francisco, 1977.
- [Man83] B.B. Mandelbrot, *The Fractal Geometry of Nature*, Freeman, New York, 1983.

- [MaVi96] J.J. Manfredi and E. Villamor, Traces of monotone Sobolev functions, *J. Geom. Anal.*, v. 6, 1996, 433–444.
- [MRV71] O. Martio, S. Rickman and Ju. Väisälä, Topological and metric properties of quasiregular mappings, *Ann. Acad. Sci. Fenn. Ser. A I Math.*, n. 488, 1971, 1–31.
- [MMV96] O. Martio, V. Miklyukov and M. Vuorinen, Phragmén – Lindelöf’s principle for quasiregular mappings and isoperimetry. (in Russian) – *Dokl. Akad. Nauk v. 347 n. 3, (1996), 303–305.*
- [MMV98] O. Martio, V.M. Miklyukov and M. Vuorinen, Morrey’s Lemma on Riemannian manifolds, *Romanian journal of Pure and Applied Mathematics*, v. XLIII, n. 1-2, Editura Academiei Române, 1998, 183–210.
- [MMV99] O. Martio, V.M. Miklyukov, and M. Vuorinen, Critical points of A -solutions of quasilinear elliptic equations, *Houston Math. J.*, v. 25, n. 3, 1999, 583-601.
- [MMV01] O. Martio, V.M. Miklyukov and M. Vuorinen, Harnack’s Inequality for p -Harmonic Functions on Riemannian Manifolds for Different Exhaustions, - in book "Kompleksnyi analysis in sovremennoi matematike", K 80-letiyu so dnya rojdeniya Borisa Vladimirovicha Shabata, Editor: E. M. Chirka, Phasis, Moscow, 2001, 201–230.
- [MMV03] O. Martio, V. Miklyukov, and M. Vuorinen, Generalized Wiman and Arima theorems for n -subharmonic functions on cones, *The Journal of Geometric Analysis*, v. 13, n. 4, 2003, 605-629.
- [Mat95] P. Mattila, *Geometry of Sets and Measures in Euclidean Spaces*, Cambridge Studies in Advanced Mathematics 44, Cambridge University Press, Cambridge, 1995.
- [Maz85] V.G. Maz’ya, *Sobolev Spaces*. - Springer Series in Soviet Mathematics, Springer-Verlag, Berlin – New York, 1985.
- [MaS98] V. Maz’ya and T. Shaposhnikova, Jacques Hadamard, a universal mathematician. *History of Mathematics*, 14, American Mathematical Society, Providence, RI; London Mathematical Society, London, 1998.
- [Men26] D. Menchoff, Sur la représentations conforme des damains plans, *Math. Annalen*, v. 95, 1926, 640-670.
- [MZ80] R. Menikoff and C. Zemach, Methods for numerical conformal mapping, *J. Comput. Phys.*, v. 36, 1980, 366-410.

- [Mik105] V.M. Miklyukov, On maps almost quasi-conformally close to quasi-isometries, *J. D'Analyse Mathématique*, v. 100, 2006, 375-396.
- [Mik107] V.M. Miklyukov, Stagnation Zones of A -Solutions, *Georgian Mathematical Journal*, v. 14, n. 3, 2007, 519 - 531.
- [MCS04] V.M. Miklyukov, S.-S. Chow and V.P. Solovjov, Stagnation zones of ideal flows in long and narrow bands, *IJMMS*, v. 62, 2004, 3339-3356.
- [Mik108] V.M. Miklyukov, Concerning a Carathéodory - Suvorov Theorem on Kernel Convergence of Domain Sequences, *Numerical Geometry, Grid Generation and High Performance Computing, Proc. Inter. Conference NUMGRID2008*, A.A. Dorodnicyn Computing Center RAS, Moscow, 10-13 June, 2008, edited by V.A. Garanzha, Yu.G. Evtushenko, B.K. Soni and N.P. Weatherill, 20-26.
- [MV00] V.M. Miklyukov, M.K. Vuorinen, A generalized maximum principle for differences of p -harmonic functions on Riemannian manifolds, *Труды по анализу и геометрии*, Новосибирск, Изд-во Института математики, 2000, 401-413.
- [MRV06] V.M. Miklyukov, A. Rasila, and M. Vuorinen, Three spheres theorem for p -harmonic functions, *Houston Journal of Mathematics*, v. 38, n. 4, 2007, 1215-1230.
- [MRV08] V.M. Miklyukov, A. Rasila, and M. Vuorinen, Stagnation zones for A -harmonic functions on canonical domains, *Helsinki University of Technology, Institute of Mathematics, Research Reports A542*, 2008, 23pp.
- [MT96] V.M. Miklyukov, V.G. Tkachev, Denjoy-Ahlfors Theorem for Harmonic Functions on Riemannian Manifolds and External Structure of Minimal Surfaces, *Communications in Analysis and Geometry*, 1996, v.4, n.4, 547-587; имеется перевод в сб. "Геометрический анализ и его приложения", Научные школы Волгоградского государственного университета, Волгоград, Изд-во Волгоградского гос. ун-та, 1999.
- [MV98] V. Miklyukov and M. Vuorinen, A boundary uniqueness theorem for Sobolev functions, *Tohoku Math. J.*, v. 50, n. 4, 1998, 503-511.
- [MV99] V.M. Miklyukov, and M. Vuorinen, A generalized maximum principle for the differences of p -harmonic functions. *Proceedings on Analysis and Geometry (Russian) (Novosibirsk Akademgorodok, 1999)*, 401-413, Izdat. Ross. Akad. Nauk Sib. Otd. Inst. Mat., Novosibirsk, 2000.

- [Miz95] Y. Mizuta, Tangential limits of monotone Sobolev functions, *Ann. Acad. Sci. Fenn., Ser. A I Math.*, v. 20, 1995, 315–326.
- [Miz98] Y. Mizuta, Remarks on the results by Koskela concerning the radial uniqueness for Sobolev functions, *Proc. Amer. Math. Soc.*, v. 126, 1998, 1043-1047.
- [Mori57] A. Mori, On quasi-conformality and pseudo-analyticity, *Trans. Amer. math. Soc.*, v. 84, 1957, 56-77.
- [Mors39] A.P. Morse, The Behaviour of a function on its critical set, *Ann. Math.*, v. 40, 1939, 62-70.
- [NevF57] F. Nevanlinna, Über die Umkehrung differenzierbarer Abbildungen, *Suom. Tied. Toimit.*, v. 245, 1957, 1-14.
- [NevR53] R. Nevanlinna, Eindeutige analytische Funktionen (2end edn), *Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften* 46, Springer-Verlag, Berlin, 1953.
- [NevR55] R. Nevanlinna, Über die Umkehrung differenzierbarer Abbildungen, *Suom. Tied. Toimit.*, v. 185, 1955, 1-12.
- [NevR60] R. Nevanlinna, Über die Methode der sukzessiven Approximationen, *Suom. Tied. Toimit.*, v. 291, 1960, 1-10.
- [Nie99] Y.Y. Nie, Navier-Stokes analysis of gaseous slip flow in long grooves, *Numerical Head Transfer, Part A*, v. 36, 1999, 75-93.
- [Nik33] O. Nikodym, Sur une class de fonctions considérées dans le problem de Dirichlet, *Fund. Math.*, v. 21, 1933, 129–150.
- [Nor94] A. Norton, The Zygmund Morse-Sard Theorem, *Journ. of Geometric Analysis* v. 4, n. 3, 1994, 403-424.
- [OI77] O.A. Oleinik, G.A. Iosifyan, Boundary value problems for second order elliptic equations in unbounded domains and Saint-Venant's Principle, *Annali Suola Normale Superiore, Pisa*, IV, n. 2, 1977, 269-290.
- [Par83] T. Parthasarathy, On Global Univalence Theorems, *Lecture Notes in Mathematics*, 997, Springer-Verlag, Berlin - Heidelberg - New York, 1983.
- [Pas01] L.de Pascale, The Morse-Sard Theorem in Sobolew Space, *Indiana Univer. Math. J.*, v. 50, n. 3, 2001, 1371-1386.

- [PM99] G.P. Peterson, H.B. Ma, Temperature response of Heat Transport in a Micro Heat Pipe, *J. of Heat Transfer*, v. 121, 1999, 438-445.
- [PL08] E. Phragmén and E. Lindelöf, Sur une extension d'un principe classique de l'analyse et sur quelques propriétés des fonctions monogènes dans le voisinage d'un point singulier, *Acta Math.*, v. 31, 1908, 381-406.
- [PRS02] S. Pigola, M. Rigoli and A.G. Setti, Some remarks on the prescribed mean curvature equation on complete manifolds, *Pacific J. Math.*, v. 206, n. 1, 2002, 195-217.
- [PT86] L. Pietronero and E. Tosatti (editors), *Fractals in Physics*, Proceedings of the Sixth Trieste International Symposium on Fractals in Physics, ICTP, Trieste, Italy, July 9-12, 1985, North-Holland, Amsterdam – Oxford – New York – Tokio, 1986.
- [Ple27] A.I. Plesner, Über das Verhalten analytischer Functionen am Rande ihren Definitionsbereiches, *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, t. 158, 1927, 219-227.
- [Pou77] B.H. Pourciau, Analysis and optimization of Lipschitz continuous mappings, *J. Optim. Theory Appl.*, v. 22, n. 3, 1977, 311-351.
- [Pou88] B. Pourciau, Global Invertibility of Nonsmooth Mappings, *J. Math. Anal. Appl.*, v. 131, 1988, 170-179.
- [PW84] M. Protter and H. Weinberger, *Maximum Principles in Differential Equations*, Springer-Verlag, New York, 1984.
- [Rob44] R.M. Robinson, Hadamard's three circles theorem, *Bull. Amer. Math. Soc.*, v. 50, 1944, 795-802.
- [Ros89] E.P. Rosendorn, Surfaces of negative curvature, *Encyclopaedia of Mathematical Sciences*, v. 70, Geometry III, Springer-Verlag, Berlin - Heidelberg - New York & etc.
- [Sar42] A. Sard, The measure of the critical values of differentiable maps, *Bull. Amer. Math. Soc.*, v. 48, 1942, 883-890.
- [Szi35] K. Szilard, Grundlagen der Funktionen theorie, *Mathem. Zeitschrift*, v. 26, 1935, 653-671.
- [Ste23] V. Stepanoff, Über totale Differenzierbarkeit, *Math. Annales*, v. 90, 1923, 318-320.

- [Ste25] V. Stepanoff, Sur les conditions de l'existence de la differentielle totale (Об условиях существования полного дифференциала), *Matem. sb.*, v. 32, 1925, 511-527.
- [Sie20] W. Sierpinski, Sur un problème concernant les ensembles mesurables superficiellement, *Fund. Math.*, v. 1, 1920, 112-115.
- [Tre80] L.N. Trefethen, Numerical computation of the Schwarz - Christoffel transformation, *SIAM J. Sci. Stat. Comput.*, v. 1, 1980, 82-102.
- [Tsu50] M. Tsuji, Beurling's theorem on exceptional sets, *Tohoku Math. J.*, v. 2, 1950, 113-125.
- [Väi66] J. Väisälä, Discrete open mappings on manifolds, *Ann. Acad. Scin. Fenn.*, Ser. A I, *Math.*, **392**, 1966, 1-10.
- [Väi71] J. Väisälä, Lectures on n -Dimensional Quasiconformal Mappings, *Lecture Notes in Mathematics*, 229, Springer - Verlag, Berlin - Heidelberg - New York, 1971.
- [Vuo88] M. Vuorinen, Conformal Geometry and Quasiregular Mappings, *Lecture Notes in Math.*, 1319, Springer - Verlag, 1988.
- [War76] J. Warga, Derivate containers, inverse functions, and controllability, in book "Calculus of Variations and Control Theory" (D.L. Russel, Ed.), Academic Press, New York, 1976.
- [War81] J. Warga, Fat homeomorphisms and unbounded derivate containers, *J. Math. Anal. Appl.*, v. 81, 1981, 545-560.
- [Whi35] H. Whitney, A function not constant on a connected set of critical points, *Duke Math. J.*, v. 1, 1935, 514-517.
- [W1905] A. Wiman, Sur une extension d'une theorems de M. Hadamard, *Ark. för Math. Astr. Fys.*, v. 2, n. 14, 1905, 1-5.
- [ZIM03] I.V. Zhuravlev, A.Yu. Igumnov and V.M. Miklyukov, An implicit function theorem, *Rocky Mountain Journal of Mathematics*, v. 36, n. 1, 2006, 357-365.
- [Zie89] W.P. Ziemer, Weakly Differentiable Functions, *Graduate Texts in Mathematics* 120, Springer-Verlag, New York, 1989.

Именной указатель

Авхадиев Ф.Г., 119, 133
Азаренок Б.Н., 204
Александров В.А., 129, 133
Альфорт Л., 134
Аравийская Е.Н., 3
Бакельман И.Я., 128
Бахтин А.К., 110
Бахтина Г.П., 110
Беккенбах Э., 321
Белинский П.П., 308
Беллман Р., 321
Бобылев Н.А., 105
Бондарь А.В., 109
Бородин А.И., 3
Бродель Ф., 329
Бунт А.Я., 132
Бураго Ю.Д., 52
Вернер А.Л., 128
Водопьянов С.К., 231
Волковыский Л.И., 40, 227
Гаранжа В.А., 134, 204
Гейсберг С.П., 128
Гелбаум Б., 27
Годунов С.К., 134
Гольдштейн В.М., 64, 67, 101
Гордиенко В.М., 134
Григорьева Е.Г., 171
Громов М., 135, 142
Гусман М., 12

- Данилюк И.И., 3
Долженко Е.П., 97
Дубовицкий А.Я., 166
Евтушенко Ю.Г., 204
Егоров Д.Ф., 26
Ефимов Н.В., 127
Жуков В.А., 76, 95
Журавлев И.В., 119, 149
Забрейко П.П., 109
Залгаллер В.А., 52
Зелинский Ю.Б., 110
Зорич В.А., 102
Иваненко С.А., 105, 134, 204
Иванов Л.Д., 60
Игумнов А.Ю., 149
Иосифьян Г.А., 330
Исмаилова И.Г., 105
Казунин А.В., 105
Кантор Б.Е., 128
Кармазин А.П., 204
Картан А., 119
Керимов М.К., 204
Клячин А.А., 168, 171, 173
Кочетов А.В., 280
Красносельский М.А., 82, 109
Крейнес М.А., 228
Кругликов В.И., 82, 204
Кудрявцев Л.Д., 105
Куфарев Б.П., 204
Лаврентьев М.А., 227, 278
Лаплас П., 278
Лопатинский Я.Б., 3
Лузин Н.Н., 31
Луференко В.П., 204
Лыгин А.В., 134, 300
Мельниченко Н.М., 109
Меньшов Д.Е., 31
Миклюков В.М., 82, 95, 102, 134, 137, 149, 168, 173, 276, 280, 317, 330

Мирза Н.С., 204
Морс М., 159, 162
Мышкис А.Д., 132
Насыров С.Р., 204
Овчинников И.С., 75, 208, 236, 261
Олейник О.А., 317, 330
Олмстед Дж., 27
Перов А.И., 109
Плеснер А.И., 97
Поволоцкий А.И., 109
Прохорова М.Ф., 105
Прокопов Г.П., 134, 204
Радемахер Р., 44
Радкевич Е.В., 317, 330
Решетняк Ю.Г., 64, 67, 101, 379
Розендорн Е.П., 128
Рокафеллар Р., 47
Роменский Е.И., 134
Рутицкий Я.Б., 82
Рязанов В.И., 204
Сабитов И.Х., 307
Сакс С., 12
Скворцов А.В., 204
Соболев С.Л., 62, 64, 268
Стейн И., 167
Степанов В.В., 39
Стернберг С., 166
Суворов Г.Д., 3, 23, 67, 75, 85, 204
Сычев А.В., 350
Ткачев В.Г., 317, 330
Трохимчук Ю.Ю., 108, 109
Ушакова О.В., 204
Федерер Г., 168
Фет А.И., 132
Фомин А.М., 132
Халмош П., 56
Чаплыгин С.А., 278
Чернавский А.В., 108

- Чумаков Г.А., 134
Шабат Б.В., 278
Шварц Л., 119
Ahlfors L., 23
Alessandrini G., 278
Alurn N.R., 300
Astala K., 82
Bates S.M., 166
Besikovitch A.S., 17
Beurling A., 85, 102
Bojarski B., 167
Cartan H., 23
Carathéodory C., 204
Carleson L., 85
Cheeger J., 44
Clarke F.H., 44, 47
Collin P., 276
Collingwood E.F., 95
Courant R., 352
Cristea M., 119, 133
De Giorgi E., 37
Evans L.C., 12
Faghri A., 300
Faraco D., 278
Fatou P., 104
Futamura T., 95
Gale D., 133
Gariepy R.F., 12
Granlund S., 289
Hadamard J., 287
Hajlasz P., 52, 60, 167, 206
Heinonen J., 12, 44, 108
Hencl S., 231
Hilbert D., 352
Hiriart-Urruty J.-B., 50

Hwang J.F., 276
Iosifyan G.A., 317
Iwaniec T., 82
Jenkins H., 85
Jenkins J.A., 102, 104
John F., 119, 125
Khrustalev D., 300
Kilpeläinen T., 108
Klingenberg W., 307
Klotz-Milnor T., 128
Koskela P., 44, 82, 85, 231
Krantz S., 167
Krust R., 276
Lelon-Ferrand J., 204
Lelong-Ferrand J., 23, 67
Levi B., 85
Lohwater A.J., 95
Ma H.B., 300
Malý J., 52, 231, 348
Mandelbrot B., 21
Manfredi J.J., 95
Martin G., 82
Martio O., 67, 108, 119, 167
Mattila P., 12
Maz'ya V., 287
Miklyukov V.M., 67, 85, 167, 287, 300
Mizuta Y., 85, 95
Mori A., 102
Nessi V., 278
Nevanlinna F., 119
Nevanlinna R., 119
Nie Y.Y., 300
Nikaido H., 133
Nikodym O., 85
Norton A., 166

- Oleinik O.A., 317
Parthasarathy T., 133
Pascale L. de, 167
Peterson G.P., 300
Pigola S., 276
Pourciau B.H., 44, 50, 119
Protter M., 287

Rasila A., 287, 300
Rickman S., 119
Rigoli M., 276
Robinson R.M., 287

Sard A., 159, 163
Setti A.G., 276
Shaposhnikova T., 287
Shimomura T., 95
Strzelecki P., 167
Szilard K., 106

Tsuji M., 85

Väisälä J., 108, 119
Villamor E., 95
Vuorinen M., 67, 85, 167, 287, 300

Warga J., 44, 150
Weinberger H., 287
White J., 300
Whitney H., 163
Ziemer W.P., 55, 348

Предметный указатель

- F -емкость, 349
- N -функция, 82
- N -свойство Лузина, 31
- σ -гармонические функции, 278
- h -измеримое множество, 21
- h -измеримое отображение, 26
- m -спрямляемое множество, 34
- n -гармонические функции, 360
- n -мерное уравнение Лапласа – Бельтрами, 360
- n -субгармоническая функция, 363
- n -супергармоническая функция, 363
- p -емкость конденсатора, 85
- p -гармоническая функция, 269
- p -равномерная область, 198
- s -зона, 299

- абсолютно непрерывные на линиях функции, 62
- абсолютно непрерывная функция, 30
- абсолютно непрозрачная граница, 325
- абстрактная поверхность, 301
- аппроксимация функций с обобщенными производными, 64
- аппроксимативная нормаль, 36
- бесселев потенциал, 101
- билипшицево отображение, 30, 137, 205
- взаимно дополнительные функции, 83
- вложенная поверхность, 135
- внутреннее расстояние, 141
- вполне m -неспрямляемое множество, 35
- временеподобный вектор, 171
- выпуклая функция, 82

- геометрический смысл периметра $P(A)$, 36
- главная точка простого конца, 222
- градиент функции на поверхности, 206
- градиент обобщенный, 47
- граничный элемент области, 210
- граничное множество, 109
- дилатация отображения, 135
- дисторсия поверхности, 142
- дисторсия треугольника, 146
- дифференцируемое в точке отображение, 39
- задача о продолжении функций с ограничениями на градиент, 172
- замкнутая область, 108
- зона стагнации, 300, 347
- зона стагнации мира-экономики, 329
- изолированное отображение, 108
- изотермические координаты, 136
- индикатриса Банаха, 60
- интеграл Дирихле, 362
- интегрально – геометрическая мера, 59
- интенсивность товарообмена, 329
- калибровочная функция, 19
- квазиизометрически эквивалентные области, 137
- квазиизометрическое отображение, 30, 205
- квазиизометрия, 137
- квазиконформное отображение, 308
- квазивыпуклая область, 142
- класс BL , 85
- класс $C^{k,1}$, 166
- класс $ACL^\Phi(D)$, 85
- класс Зигмунда, 83
- классы Липшица, 3
- классы Орлича, 82
- классификация простых концов, 222
- ко-норма матрицы, 44
- коэффициент зацепления, 107
- компактная область, 108
- конец области, 212

контингенция, 160
кратностью покрытия, 12
критическая точка, 163
критическое значение, 163
кусочно-гладкое отображение, 112
кусочно-гладкое⁺ отображение, 113
лемма Картана – Альфорса, 23
липшицева функция, 30
логарифмическая мера, 19
локальное условие Липшица, 30
максимальный ранг производной $\partial f(x)$, 47
матрица Якоби, 52
матрица Якоби обобщенная, 47
мера Фавара, 59
мера Хаусдорфа, 18
мера Лебега, 26
метод Карлемана, 359, 378
множество первой категории, 29
множество типа F_σ , 28
множество типа G_δ , 28
множество второй категории, 29
модуль непрерывности отображения, 29
модуль семейства кривых, 196
модуль семейства кривых в финслеровом пространстве, 198
монотонная в смысле Лебега функция, 75
неравенство Аримы, 386
неравенство Виртингера, 321
неравенство Юнга, 381
нигде не плотное множество, 28
норма матрицы, 44
носитель функции, 30
нульмерное отображение, 108
обобщенная в смысле Соболева частная производная, 64
обобщенное решение, 304, 327
обобщенное решение неравенства, 363
обобщенное субрешение, 268
обобщенное суперрешение, 268
односвязная область на поверхности, 207

- основная частота, 361, 378
- особая точка, 112
- открытое отображение, 108, 124
- относительный континуум, 205
- относительное расстояние I, 208
- относительное расстояние II, 233
- периметр множества, 36
- плотное множество, 28
- погруженная поверхность, 135
- покрытие множества шарами, 13
- положительно ориентированное отображение, 108
- полукасательная, 160
- полунепрерывная функция, 27
- порция множества, 28
- порядок роста функции, 360
- последовательность множеств $\{A_j\}$ сходится к A , 36
- постоянная Липшица, 30
- предельное множество, 97
- пример Серпинского, 34
- принцип Сен-Венана, 330
- принцип длины и площади, 67, 69, 75, 238
- принцип длины и площади на поверхности, 81
- принцип максимума для разности решений, 280
- производная Кларка, 47
- пространство Финслера, 184
- пространственноподобная поверхность, 172
- пространственноподобный вектор, 171
- простой конец области, 212
- пространство Минковского, 171
- псевдометрическое пространство, 174
- псевдометрика, 174
- псевдовнутреннее расстояние, 178
- расстояние Мазуркевича, 142
- равностепенно непрерывное семейство, 254
- равностепенно открытое семейство, 254
- размерность Минковского, 18
- размерность Хаусдорфа, 18
- редуцированная граница, 36

регулярная точка, 112
счетно m -спрямляемое множество, 34
счетно - аддитивная функция множеств, 23
сферические координаты, 59
сферический конус, 360
сохранение ориентации, 148
сопряженная (двойственная) функция, 184
спектральный радиус матрицы, 130
сверхмедленный процесс, 347
светоподобный вектор, 171
световой конус, 171
связность на поверхности, 206
счетно (\mathcal{H}^k, m) -спрямляемое множество, 34
тело простого конца, 212
теорема Адамара, 125
теорема Аримы, 359
теорема Б. Леви, 57
теорема Бэра о категории, 29
теорема Ефимова, 125
теорема Фубини, 32
теорема Гаусса – Остроградского, 59
теорема Кирсбрауна, 170
теорема Крофтона, 60
теорема Леви, 56
теорема Линделефа, 223
теорема Лиувилля, 217
теорема Лузина, 26
теорема Меншова, 31
теорема Степанова, 39
теорема Тонелли, 33
теорема Уитни, 169
теорема Вимана, 359
теорема Витали, 17
теорема о неявной функции, 150
теорема о сильной аппроксимации липшицевых функций, 169
теорема о среднем, 50
теорема о трех сферах, 287

- теорема типа теоремы Лиувилля для решений дифференциального неравенства, 373
- теорема вложения Кондрашова, 75, 77
- теорема вложения Соболева, 379
- теорема покрытия Безиковича, 12
- теорема покрытия Витали, 12
- точка плотности, 28
- топологический индекс, 109
- угловое граничное значение, 97, 99
- уравнение Эйлера – Лагранжа, 362
- уравнение Лапласа-Бельтрами, 4, 301
- уравнение максимальной поверхности, 173
- уравнение минимальной поверхности, 276
- условие p -равномерности области, 200
- условие Гельдера, 29
- условие Липшица, 30
- условие сферы, 199
- условие обращения функции в тождественный нуль, 87
- финслерова псевдометрика, 186
- формула Гаусса – Остроградского, 3, 61
- формула Кронрода – Федерера, 3, 54
- формула Ньютона – Лейбница, 31
- формула замены переменных, 53
- фрактал, 21
- характеристическая функция, 12
- хаусдорфова α -мера, 20
- цепное правило, 66
- цепь подобластей, 211
- цепь сечений, 211
- цилиндрические координаты, 57
- элемент объема в метрике, 362
- ядро последовательности областей, 253
- якобиан, 52